

氣體動力論

單位

(i) 壓力單位：

SI單位系統 $1 \text{ Pa (Pascal)} = 1 \text{ N/m}^2$

cgs單位系統 $1 \text{ dynes/cm}^2 = 1/10 \text{ Pa} = 10^{-6} \text{ bar}$
($1 \text{ bar} = 750.06 \text{ mm Hg}$)

英制單位系統 $1 \text{ psi (pounds/in}^2\text{)} = 51.715 \text{ mm Hg}$

(ii) 常用真空壓力單位：

$1 \text{ mm Hg} = 101,325/760 \text{ N/m}^2$ (∵ $1 \text{ 大氣壓} = 101,325 \text{ N/m}^2$)

$1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm Hg}$

$1 \text{ micron} = 1 \mu = 10^{-3} \text{ mm Hg}$

但近年來，有漸用 Pa 為常用真空壓力單位之趨勢， $1 \text{ Pa} = 7.5 \text{ m Torr}$ 。

氣體量

於0°C，1大氣壓下，任何種類的氣體1莫耳皆佔有22.4ℓ之體積，且此一莫耳氣體係由 6.03×10^{23} 個分子組成。

(iii) 低壓力下氣體量(quantity of gas)

$q = PV$ ，常用單位為 1 micron.liter

1 mm.cuft

1 mm.liter

$T(^{\circ}K)$	$P_{\mu b}(\text{Torr})$	$P_{mm}(\text{Torr})$	$n (\#/cc)$
273.2	1.013×10^6	760	2.69×10^{19}
298.2	1.013×10^6	760	2.46×10^{19}
273.2	1.33×10^3	1	3.54×10^{16}
298.2	1.33×10^3	1	3.24×10^{16}
273.2	1.00	7.5×10^{-4}	2.65×10^{13}
298.2	1.00	7.5×10^{-4}	2.43×10^{13}

Chin-Chung Yu

氣體速度分佈

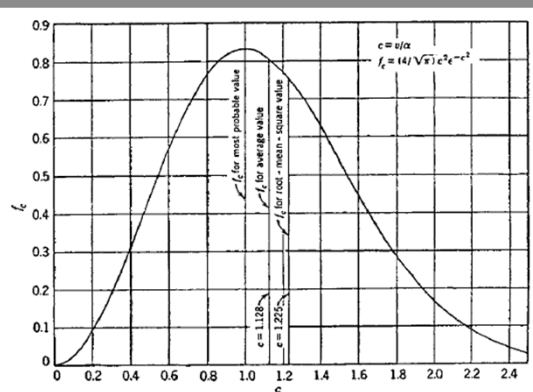
馬克斯威爾一波茲曼分佈(Maxwell-Boltzman Distribution)

$$f = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$v_{\alpha} = \left(\frac{2RT}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$v_a = \left(\frac{8RT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$v_{rms} = 1.0854 v_a$$



R為氣體常數，T為氣體溫度(K)，m為分子量

入射頻度(Particle flux)

單位時間內，由一假想平面之一邊衝撞至此單位假想平面之氣體分子數目。此入射頻度 F 與該處的氣體分子密度 n 成正比，而分子速度增大的話，往假想平面的衝撞次數亦增多。

$$F = \frac{n}{4} \bar{v}_a \approx \frac{P}{(2\pi mkT)^{1/2}}$$

$$= 3.51 \times 10^{22} \frac{P(\text{Torr})}{(mT)^{1/2}} \text{ 個原子/秒} \cdot \text{平方公分}$$

部分氣體或蒸氣的質量、速度及入射頻度

氣體或蒸氣	質量 (克)	$10^{-4} \bar{v}_a$		$10^{17} \nu$
		0°C	25°C	
H ₂	2.016	16.93	17.70	11.23
CH ₄	16.04	6.005	6.273	3.981
H ₂ O	18.02	5.665	5.919	3.756
N ₂	28.02	4.542	4.745	3.011
O ₂	32.00	4.252	4.442	2.819
Ar	39.94	3.805	3.976	2.523
CO ₂	44.01	3.624	3.787	2.403
Cl ₂	70.91	2.856	2.984	1.893
Xe	131.3	2.099	2.193	1.392

\bar{v}_a = 平均速度，單位為平方公分·秒⁻¹

ν = 於0°C、1 Torr時的入射頻度，單位為(平方公分·秒)⁻¹

平均自由程 (mean free path) L

Definition: 分子雖小，但仍有其體積，在飛行期間，分子彼此衝撞，因而改變方向和速度，再與下一分子衝撞。兩次連續衝撞之間的飛行距離的平均值稱平均自由程。

- (1) 高度真空時，氣體分子需走一段較長的距離才會碰撞到另一分子，亦即，真空度越高平均自由程越大。
- (2) 相同溫壓下，不同氣體其平均自由程亦不相同，與分子大小有關。分子越小平均自由程越大。

$$L = \frac{1}{n\pi\sigma^2}$$

σ : diameter of particle, n : particle number/volume

各種氣體之平均自由程

$$L(\text{平均自由程}) = \frac{1}{\sqrt{2}(\pi\delta^2)n} = \frac{0.707}{\sigma n} \quad \div \quad 2.331 \times 10^{-20} \frac{T}{P(\text{Torr})\delta^2} (\text{公分})$$

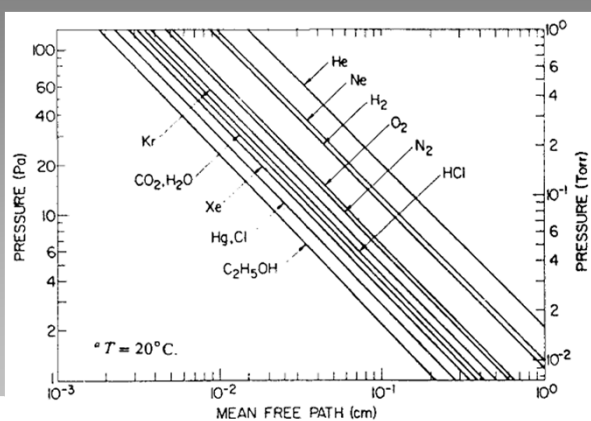
δ : 分子直徑

$\sigma = \pi\delta^2$: 碰撞截面積

$P \downarrow \Rightarrow L \uparrow \Rightarrow \text{vacuum system}$

	分子量 (克)	平均速度 v_a (10^4 cm/s) 於 0°C	分子半徑 δ (10^{-8} cm) 於 0°C	平均自由程 L (10^{-3} cm) 於 25°C , 1 Torr
氫	2.016	16.93	2.75	9.31
氦	4.003	12.01	2.18	14.72
水蒸氣	18.02	5.665	4.68	3.37
一氧化碳	28.01	4.543	(3.80)	(5.00)
氮	28.02	4.542	(3.78)	(5.01)
空氣	(28.98)	4.468	3.74	5.09
氧	32.00	4.252	3.64	5.40
氬	39.94	3.805	3.67	5.31
氧化碳	44.01	3.624	4.65	3.34
水銀	200.6	1.698	(5.11)	2.66

平均自由程與壓力的關係 at 20°C



氣流(Gas flow)

壓力降低的話，平均自由程(L)增長，而L與氣體所在之裝置的尺寸大小(d)關係，將決定氣體流的特性。亦即若氣體流系統的特性尺寸(或橫截面直徑)為d，定義Knudsen's number (肯德深數)

$$K_n \equiv \frac{L}{d}$$

- (1) viscous flow region(粘滯流領域), $K_n \ll 1$
 L 遠小於裝置的尺寸，則氣體分子間的衝撞次數將多於分子與壁的衝撞次數
- (2) transition flow region(過渡流領域), $K_n \sim 1$
 L 與裝置尺寸大小相仿，氣體分子間的碰撞次數與分子和壁間的衝撞次數差不多。
- (3) molecular flow region(分子流領域), $K_n \gg 1$
 L 遠大於裝置的尺寸，則氣體分子與壁的衝撞次數將多於分子間的衝撞次數

雷諾數(Reynold's number) Re

一般情況下，氣體本身質量密度(ρ)、速度(v)、黏滯係數(η ，單位：克／秒・公分)及其所在裝置的尺寸大小(d)，將影響氣流形式，在 $K_n \ll 1$ 的情況下，還可以進一步將氣流區分為平滑流動的平滑流及產生旋渦的亂流，並以雷諾數區分。對圓管的氣體流系統而言，可定義雷諾數為

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{v\rho d}{\eta} \\ &= \frac{4m}{\pi kT\eta} \cdot \frac{Q}{d} \end{aligned}$$

其中 Q (flow rate或稱throughput)為單位時間內的氣體量變化值。

氣流通量(throughput, flow rate), Q

氣體在真空系統中流動，其流動的量及流動的難易程度，可定量的以氣流通量及氣導值描述，而氣導值的倒數則為管路阻抗。

氣流通量(throughput, flow rate), Q: 在某一特定的溫度下，每單位時間內通過真空系統的某一部份(如管路等)的斷面上氣體的數量。

$$q = PV \text{ (mmHg} \cdot \text{l, Torr} \cdot \text{l, atm} \cdot \text{cc), 氣體的分子數}$$

$$Q = P \frac{dV}{dt} \left(\frac{\text{Torr} \cdot \text{l}}{\text{sec}}, \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{sec}} \right)$$

氣導(Conductance), C

在穩定狀態時，在單位壓力差(unit pressure difference)下的氣流通量。

$$C = \frac{Q}{P_2 - P_1} \quad (\ell/\text{s}, \text{m}^3/\text{s})$$

由氣體之連續性可得：

$$Q = P_1 S_1 = P_2 S_2 = PS$$

Where S: 抽氣率

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{P_2 - P_1} = \frac{PS}{P_2 - P_1}$$

管路阻抗(impedance)

定義為氣導的倒數，以W表示

$$W = \frac{1}{C} \quad (\text{s}/\ell, \text{s}/\text{m}^3)$$

$$P_2 - P_1 = QW = PSW$$

此式相當於電路中的Ohm's law

Impedence for high vacuum system

$$\begin{cases} \Delta PV = nRT \Rightarrow \Delta P = \frac{\rho}{M} RT & (\text{For ideal gas 亦即粒子間不相互碰撞}) \\ Q = \frac{G}{M} RT \Rightarrow P_2 - P_1 = \Delta P = \frac{G}{M} RTW \end{cases}$$

$$\Rightarrow W = \frac{\rho}{G} (\text{sec}/\text{cc}) = \frac{\rho}{G} \times 10^3 (\text{sec}/\text{l})$$

氣體的質量流率(rate of mass flow, G):單位時間內流過某一斷面的
氣體質量, g/sec。

氣體的分子流率(rate of molecular rate, G/M)

氣體的分子量: M

高氣壓($L \ll d$ 管徑)下之阻抗

(1) 長管(管長 \gg 管徑)及小壓力差($(P_1 - P_2) \ll (P_1 + P_2)/2$)

Hagen-Poiseuille's 公式

$$W = \frac{12 \ell \eta}{\pi r^4 (P_1 + P_2)} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.8)$$

其中 r 為管半徑, ℓ 為管長, 均以厘米為單位, P 為壓力其單位為托爾, η 為黏滯係數 (viscosity), 單位為泊依司 (1 Poise = 1 g/cm-sec)。

(2) 短管(管長 \sim 管徑)及大壓力差($(P_1 - P_2) \geq P_1/2$)

$$G = \pi r^2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{K}} \sqrt{\frac{K}{K-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]} 2 \times 1333 \frac{P_1}{v_1} \quad (\text{克/秒}) \quad (2.9)$$

其中 v_1 為比容 (specific volume) 單位為 (立方厘米/克),



K 為定壓比熱與定容比熱之比 (C_p/C_v)。壓力仍以托爾為單位。

www.nuk.edu.tw

Chin-Chung Yu

(3) 中間情形

$$G = \pi r^2 \frac{M r^2 \frac{K}{K+1} \left[P_1^2 - P_2^2 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}{RT_1 \ell \times 8 \eta \left[1 + \frac{G}{\pi r^2} \frac{1}{6 \eta K} \frac{r^2}{\ell} \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \right]} \quad (2.10)$$

此處 M 為氣體分子量單位為克/莫耳, R 為氣體常數單位為托爾公升/度·分子, T 為絕對溫度。

此公式在較高氣壓及高氣體質量流率時可變為 (2.9) 式。在較低氣壓及低氣體質量流率時則變為 (2.8) 式。

(2.10) 亦可應用於薄壁上的小孔 (orifice), 此時 $P_1 \sim P_2$, 管長 $\ell \sim 0$ 則

$$G = \pi r^2 \times 1333 P_1 \sqrt{\frac{3}{4} K \frac{M}{RT_1}} \quad (\text{克/秒})$$

$$G = 12.66 \times 10^{-2} \pi r^2 P_1 \sqrt{\frac{KM}{T_1}} \quad (\text{克/秒}) \quad (2.11)$$



國立高雄大學

www.nuk.edu.tw

式中 πr^2 即小孔之面積

Chin-Chung Yu

低氣壓($L \gg d$ 管徑)下之阻抗

(1) 長管, $\ell \gg d/2$ 管半徑

$$W = 5.15 \times 10^{-2} \frac{\ell U}{A^2} \sqrt{\frac{M}{T}} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.12)$$

式中 A 為管的斷面積, U 為斷面的周界長 (circumference of cross section), 其他符號同前。

圓形的長管, 在 20°C 時如其中為空氣則

$$W \simeq \frac{1}{100} \frac{\ell}{r^3} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.13)$$

(2) 短管, $\ell \sim d/2$ 管半徑

$$W = 0.275 \left(\frac{3}{16} \frac{\ell U}{A} + 1 \right) \frac{1}{A} \sqrt{\frac{M}{T}} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.14)$$

在 20°C 時, 圓形斷面的短管, 其中為空氣時則



$$W = \frac{\frac{3}{8} \frac{\ell}{r} + 1}{36.3 r^2} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.15) \text{ :hung Yu}$$

(3) 薄壁上小孔, ℓ 壁厚 $\ll d/2$

$$W = 0.275 \frac{1}{A} \sqrt{\frac{M}{T}} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.16)$$

此式可用於任何形狀的小孔以及任何種氣體。

在 20°C 時的空氣, 薄壁上圓形小孔的阻抗為

$$W = \frac{1}{36.3 r^2} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.17)$$



Chin-Chung Yu

若管路為圓形長管

For 任何真空氣壓：

(1)任何氣體

$$W = \frac{\ell}{r^3} \frac{10^3}{\frac{\pi r}{8\eta} 1333 \frac{(P_1 + P_2)}{2} + \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi R T}{2M}}} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.18)$$

(2)空氣 at 20°C

$$W = \frac{\ell}{r^3} \frac{10^3}{2.9 \times 10^6 r \frac{(P_1 + P_2)}{2} + 9.7 \times 10^4} \quad (\text{秒/公升}) \quad (2.19)$$

真空管路與電路及水路

真 空 系 統	電 流 系 統	水 流 系 統
真 空 幫 浦	電池或電源	水泵或水源
氣壓差 $P_1 - P_2$	電位差 $V_1 - V_2$	水位差 $h_1 - h_2$
管路阻抗 W	電 阻 R	流體阻抗 \mathcal{R}
氣流通量 Q	電 流 I	水 通 量 \dot{M}

電阻 R

V_1 V_2

電位差 $V_1 - V_2$

電池

電流 I

電路 $R = \frac{V_1 - V_2}{I}$

空氣漏入

真空室 P_1

空氣通量 Q

壓力差 $P_1 - P_2$

管路阻抗 W

真空幫浦 P_2

空氣抽出

Ohm's law

真空管路 $W = \frac{P_1 - P_2}{Q}$

國立高雄大學 www.nuk.edu.tw

Chin-Chung Yu

真空管路之串聯

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_n = \sum_{i=1}^n W_i$$

n段管路串聯，其個別之兩端壓力差為 ΔP_i

由 $\Delta P_i = Q W_i$

$$\begin{cases} \Delta P = \Delta P_1 + \dots + \Delta P_n = \sum_i \Delta P_i = Q \sum_i W_i \\ \Delta P = Q W \end{cases}$$

$$\Rightarrow W = \sum_i W_i$$

國立高雄大學 卓越・活力・熱情 www.nuk.edu.tw

Chin-Chung Yu

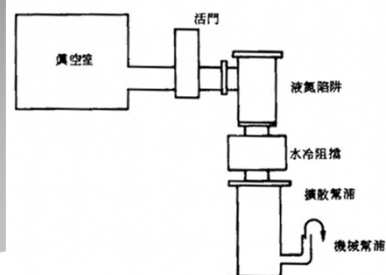
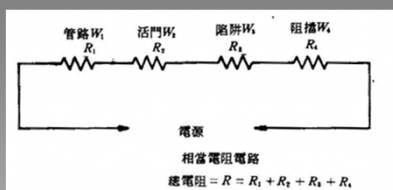
真空管路之並聯

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} + \dots + \frac{1}{W_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{W_i}$$

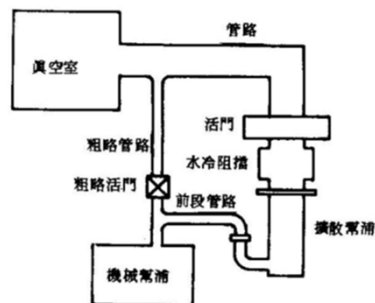
$$\Rightarrow C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{C} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n C_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (\frac{1}{W_i})}$$

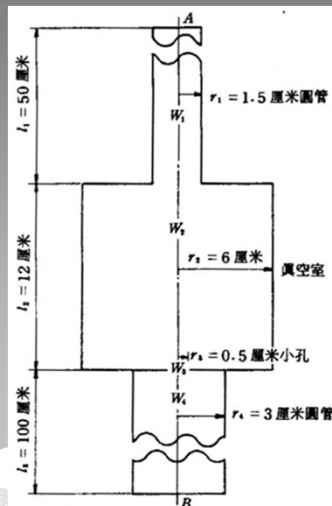
複合管路



$$\text{總阻抗 } W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$



Example



兩端圓管可用 (2.13) 式計算如下

$$W_1 = \frac{\ell_1}{r_1^3} \times \frac{1}{100} = \frac{50}{1.5^3} \times \frac{1}{100} = 0.148 \text{ 秒/公升}$$

$$W_4 = \frac{100}{3^3} \times \frac{1}{100} = 0.037 \text{ 秒/公升}$$

真空室可用 (2.15) 式計算之如下

$$W_2 = \frac{\frac{3}{8} \frac{\ell^2}{r^2} + 1}{36.3 r^2} = \frac{\frac{3}{8} \times \frac{12^2}{6^2} + 1}{36.3 \times 6^2} = 0.0013 \text{ 秒/公升}$$

小孔可用 (2.17) 式計算之如下

$$W_3 = \frac{1}{36.3 r_3^2} = \frac{1}{36.3 \times 0.5^2} = 0.11 \text{ 秒/公升}$$

故管路總阻抗為

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 0.2963 \approx 0.3 \text{ 秒/公升}$$